Technical Report

Dept. for Pattern Recognition and Image Processing
Institute for Automation
Technical University of Vienna
Treitlstr. 3/1832
A-1040 Vienna AUSTRIA
Phone: +43 (1) 58801-8161
Fax: +43 (1) 569697
E-mail: ahi@prip.tuwien.ac.at

PRIP-TR-16 25. August 1993

Rekonstruktion der Form von Gräben für Archäologische Magnetische Prospektion

Diplomarbeitsbericht

Alois Eder-Hinterleitner

Abstract

Magnetische Prospektion für archäologische Untersuchungen ist ein wichtiges Instrument zur Vorbereitung einer Grabung und ermöglicht, wenn sie die Fundstätte flächendeckend erfaßt, Erkenntnisse, die durch Grabungen nicht erreichbar sind, weil diese meistens nur an wenigen Stellen durchgeführt werden können. Um quantitative Aussagen über den Erduntergrund treffen zu können ist es notwendig, aus dem magnetischen Anomalienbild die Form der die Anomalien verursachenden Störkörper zu bestimmen. In diesem Diplomarbeitsbericht wird versucht, die Form von verfüllten Gräben anhand mittelneolithischer Kreisgrabenanlagen zu rekonstruieren. Es werden das Meßverfahren und die Vorverarbeitungsschritte zur Visualisierung der Meßdaten beschrieben. Danach wird ein magnetisches Modell für verfüllte Gräben präsentiert, das es erlaubt, die Form der Gräben durch Schätzen der Tiefe der humosen Erdschicht an den Meßpunkten zu bestimmen. Die Rekonstruktion der Tiefenpunkte erfolgt nach dem Kleinste-Fehlerquadrat-Verfahren mit Erweiterung um eine Regularisierung der Tiefenpunkte. Die Regularisierung soll verhindern, daß archäologisch unplausible Gräben entstehen. Weil dies zu einem nichtlinearen Gleichungssystem führt, wird das numerische Suchverfahren Simulated Annealing zur Lösung des Gleichungssystems verwendet. Um das Verfahren robuster zu gestalten, werden die quadratischen Abweichungen gewichtet. Diese Gewichte sollen durch Einbringen des gesamten Wissens über das Meßverfahren errechnet werden. Abschließend werden die Ziele der Diplomarbeit angeführt.

1 Einführung

Magnetische Prospektion für archäologische Forschung hat in Österreich in den letzten Jahren stark an Bedeutung gewonnen. Eine Prospektion zur Vorbereitung einer Grabung ermöglicht gezielte Grabungen und kann den Grabungserfolg entscheidend erhöhen. Grabungen sind sehr zeit- und kostenintensiv und können deshalb selten die ganze Fundstätte erfassen. Durch flächendeckende Prospektion von Fundstätten und Aufbereiten der gewonnenen Daten mit Visualisierungs- und Bildverarbeitungsmethoden gelingt es, neue und umfassendere Informationen zu gewinnen. Durch menschliche Interpretation des magnetischen Anomalienbildes können aber keine genauen Angaben über die Größe und Form der vermuteten archäologischen Störkörper gegeben werden. Es ist daher notwendig, ein dreidimensionalen Modell des Erduntergrunds aus den Meßdaten zu rekonstruieren.

Verfüllte Gräben, wie sie z.B. bei mittelneolithischen Kreisgrabenanlagen auftreten [9], verursachen aufgrund ihrer großen räumlichen Dimensionen großräumige magnetische Anomalien und sind die am genauesten prospektierbaren archäologischen Strukturen. Die Rekonstruktion der Form und Tiefe von verfüllten Gräben stellt einen ersten Schritt zur vollständigen dreidimensionalen Rekonstruktion des Erduntergrundes aus magnetischen Prospektionsbildern dar und ist die Aufgabenstellung dieser Diplomarbeit.

Die Meßdatenerfassung, sowie die in Zusammenarbeit mit dem Institut für Ur- und Frühgeschichte an der Universität Wien und der Projektgruppe ARCHEO PROSPECTIONS entwickelten Meßdatenvorverarbeitungs- und Visualisierungsmethoden, werden in Abschnitt 2 dargestellt. Ein Modell für die Entstehung der magnetischen Anomalien durch verfüllte Gräben wird in Abschnitt 3 entworfen. Danach wird in Abschnitt 4 die Rekonstruktionsaufgabe beschrieben und in Abschnitt 5 das zur Lösung dieser Rekonstruktionsaufgabe verwendete Verfahren Simulated Annealing vorgestellt. In Abschnitt 6 werden Vorschläge erörtert, um das Verfahren robust zu gestalten. Abschließend werden in Abschnitt 7 die Ziele der Diplomarbeit aufgelistet.

2 Erfassen und Visualisieren der Meßdaten

Im Vergleich zu vielen herkömmlichen bildgebenden Verfahren in der Bildverarbeitung, wie z.B. zu optischen Kameras, ist das Erfassen der magnetischen Anomalien des Erdmagnetfeldes eine sehr zeitaufwendige, und von vielen schwer beeinflußbaren Bedingungen, wie dem Wetter und der Bodenbeschaffenheit, abhängige Aufgabe. Das führt zu sehr vielfältig gestörten Datensätzen.

2.1 Erfassen der Meßdaten

Das Meßgebiet wird üblicherweise in Felder mit 40m Länge und 20m Breite, genannt Quadranten, eingeteilt. Das hat folgende praktische Gründe:

- die räumlichen Fehler können klein gehalten werden;
- es wird an einer Schnur entlang gefahren - diese Schnur kann nicht beliebig lang sein;
- das Speichermedium des Datenaufzeichnungsgerätes kann maximal 10.000 Meßpunkte aufnehmen; die maximale Feldgröße ist bei 0.5m Meßpunktabstand somit 49.5m x 49.5m;
- es entstehen kleine Meßeinheiten, die sofort kontrolliert und nötigenfalls, ohne viel Zeitverlust, wiederholt werden können;

Jeder Quadrant wird mit einem eisenfreien Meßwagen, auf dem sich zwei Sensoren und ein Meßwertauslöser befinden, in Bahnen mit 0.5m Abstand durch Hin- und Hergehen vermessen. Im Abstand von 0.5m wird ein Meßwert aufgezeichnet. Auf einem Begleitwagen, der sich immer in mehr als 6m Abstand aufhält, sind das Magnetometer, das Datenaufzeichnungsgerät und die Stromversorgung untergebracht (Abbildung 1). Die Trennung in Meß- und Begleitwagen ist nötig, damit die magnetischen Störungen, die das Magnetometer und der Datenlogger hervorufen, keinen beachtenswerten Einfluß auf die Sensoren ausüben.

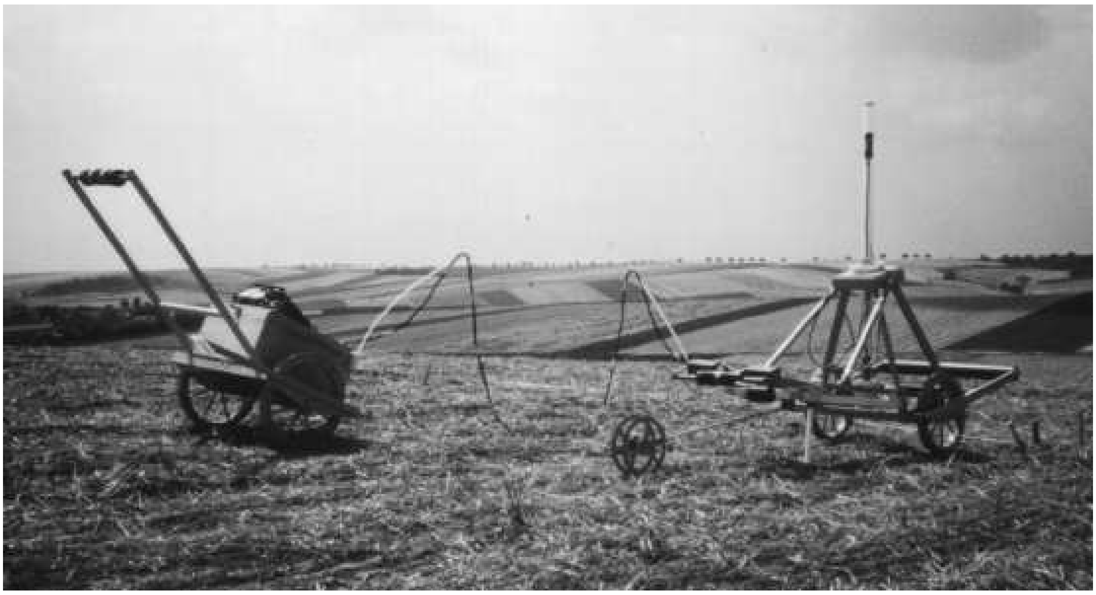


Abbildung 1: links: Begleitwagen mit Meßgerät, Datenaufzeichnungsgerät und Stromversorgung; rechts: Meßwagen mit Sensoren und Meßwertauslöser

Die zwei Meßsensoren sind 0.5m bzw. 2m über dem Boden so angeordnet, daß sie sich immer senkrecht übereinander befinden, unabhängig von der Neigung des Geländes. Das wird durch ein stark gedämpftes Vertikalpendel erreicht und gewährleistet, daß sich die Sensoren immer im richtigen Winkel zum Erdmagnetfeldvektor befinden. Die Sensoren messen die Totalintensität des Erdmagnetfeldes $\bar{F}(x,y,z)$. Das Cäsiummagnetometer liefert ca. 11 Meßwerte pro Sekunde mit einer Präzision von 0.1 nT [1]. Das Magnetometer liefert die Differenz der beiden Sensoren, der höhergelegene Sensor dient als Referenzwert.

Jeder Meßpunkt $A_D(x,y)$ ist definiert durch

$$A_D(x,y) = \bar{F}(x,y,0.5) - \bar{F}(x,y,2.0) \ .$$

Da sich die Totalintensität des Erdmagnetfelds $\bar{F}$ aus dem ungestörten Erdmagnetfeld F und einer lokalen Anomalie ΔF zusammensetzt,

$$\bar{F}(x,y,z) = F(x,y,z) + \Delta F(x,y,z)$$

und wir annehmen können, daß das ungestörte Erdmagnetfeld in 0.5m und 2.0m über dem Erdboden gleich ist (der Fehler ist kleiner der maximalen Auflösung der Sensoren) [3],

$$\forall x,y \quad F(x,y,0.5) = F(x,y,2.0)$$

messen wir die Differenz der Totalintensitäten der lokalen Anomalien in 0.5m und 2.0m über dem Erdboden.

$$A_D(x,y) = \Delta F(x,y,0.5) - \Delta F(x,y,2.0) \tag{1}$$

Diese Meßanordnung hat den großen Vorteil, daß die zeitlichen Schwankungen des Erdmagnetfeldes automatisch eliminiert werden. Ein Nachteil ist, daß dadurch keine Totalintensitäten bekannt sind.

[1] nano Tesla, Tesla ist die SI-Einheit für die magnetische Induktion oder Flußdichte, 1 Tesla = 1 Vsm^{-2}, eine Volt Sekunde pro Quadratmeter

2.2 Vorverarbeiten und Visualisieren der Meßdaten

Pro Quadrant entsteht ein Datenfile. Die Datenfiles werden am Computer zu einem Bild des Meßgebietes zusammengesetzt (Abbildung 2). Beim Zusammensetzen der Quadranten werden die einzelnen Datenfiles vorverarbeitet.

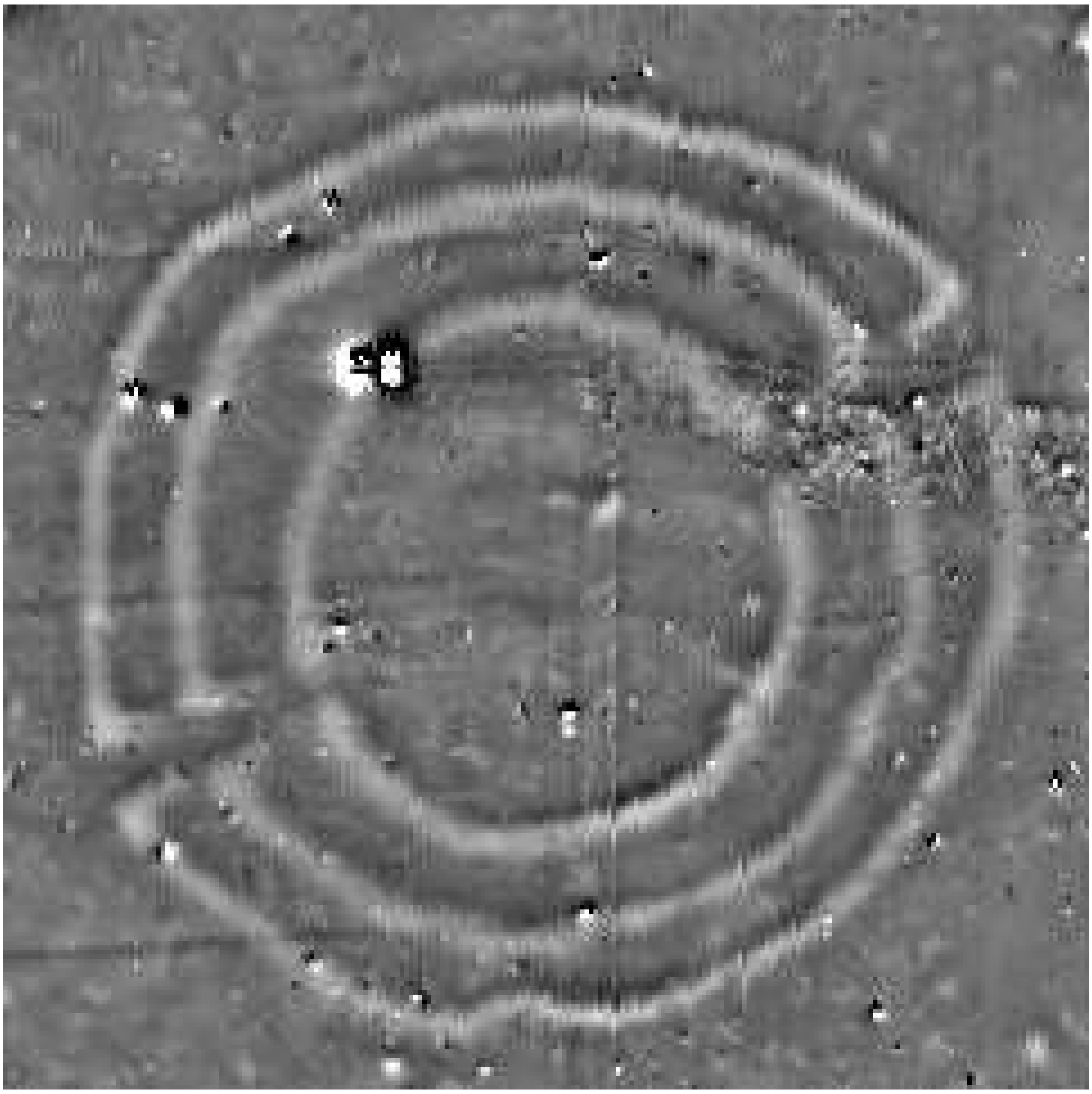


Abbildung 2: mittelneolithische Kreisgrabenanlage Hornsburg, Grauwertdarstellung der unbehandelten Meßdaten, Differenzmessung, Meßbereich: schwarz .. weiß: -12.7 .. 12.7 nT

Als ersten Vorverarbeitungsschritt werden Ausreißer erkannt und korrigiert, weil diese Fehler sehr selten auftreten, aber alle folgenden Vorverarbeitungsschritte stark beeinflussen können. Ausreißer werden durch Störungen in der Meßanordnung hervorgerufen und sind unabhängig vom eigentlichen Meßwert. Durch Vergleichen jeden Meßwertes mit seinen Nachbarwerten wird festgestellt, ob der Meßwert einen Ausreißer darstellt. Wenn die kleinste Abweichung zum Nachbarn größer 5nT und der Meßwert größer 5nT oder kleiner -5nT ist, wird der Meßwert als Ausreißer klassifiziert. Weil solche Fehler oft direkt hintereinander auftreten (in der Richtung, in der sich der Sensor bewegt), wird der Vergleich nur mit den Nachbarn in den beiden danebenliegenden Reihen gemacht. Wenn ein solcher

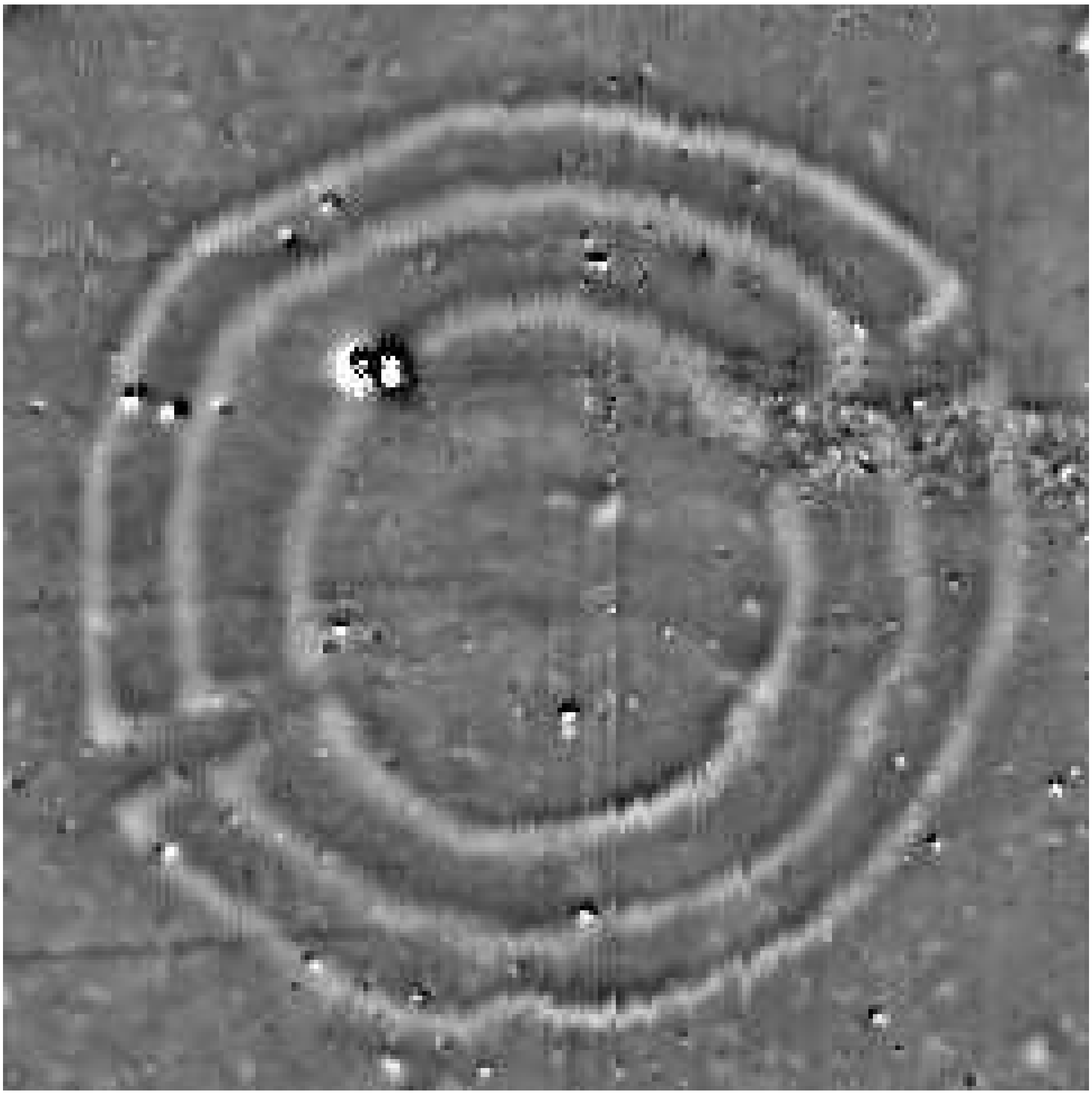


Abbildung 3: Grauwertdarstellung der vorverarbeiteten Meßdaten, Meßbereich: schwarz ... weis: -12.7 ... 12.7 nT

Wert gefunden wird, wird er durch das arithmetische Mittel der beiden Nachbarwerte ersetzt. Die Häufigkeit dieser Korrekturen bei unseren Messungen zeigt folgende Tabelle.

Fundstelle	Anzahl Meßwerte	Anzahl Ausreißer	% Außreißer
Hornsburg	58081	279	0.48
Stroegen	48441	61	0.13
Halbturn	87001	376	0.43

Die Meßwertauslösung erfolgt durch ein Meßrad am Meßwagen. Die Länge eines Quadranten ist für dieses Meßrad von den Unebenheiten des Geländes abhängig. Daher ist für jeden Quadranten eine Neueinstellung der Metrik notwendig. Dennoch ist das abgetastete Raster nicht gleichförmig. Es kann zu längeren oder kürzeren Meßreihen kommen. Durch das Hin- und Herfahren des Meßwagens verdoppeln sich solche Fehler, es entstehen streifenartige Texturen in der Visualisierung der Meßdaten.

Beim Zusammensetzen der Quadranten zum Anomalienbild wird für jede Meßreihe ein Korrelationsmaß (Summe der Quadrate der Abweichungen benachbarter Werte) mit den danebenliegenden Reihen errechnet und die mittlere Reihe so verschoben, daß das Korrelationsmaß minimal ist. Weil Fehler bis maximal 1.5m auftreten können, wird dieses Korrelationsmaß im Bereich [-3,3] Pixel durchgeführt.

Statistik der Zeilenverschiebung aus den Meßdaten der mittelneolithische Kreisgrabenanlage Hornsburg:

Zeilenverschiebung/Pixel	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
Anzahl der verschobenen Zeilen	3	33	152	528	36	1	3

Mit diesen beiden Vorverarbeitungsschritten, die auf die spezielle Art der Datenerfassung Rücksicht nehmen, kann ein optisch verbessertes Bild der Meßdaten erzeugt werden (Abbildung 3). Für die Rekonstruktion der Gräben wäre ein weniger fehlerbehaftetes Datenmaterial wünschenswert. Vor allem räumliche Fehler sollten nicht auftreten!

Ein weiteres Problem tritt durch die maschinelle landwirtschaftliche Bearbeitung der meisten Meßgebiete auf. Dadurch gelangen kleine, eisenhaltige Teile wie Nägel, Schrauben, und ähnliches auf die Felder. Sie wirken sich besonders störend aus, weil sie stark magnetisch sind und an der Oberfläche liegen. Auch große Steine an der Erdoberfläche können die Meßwerte stark beeinflussen.

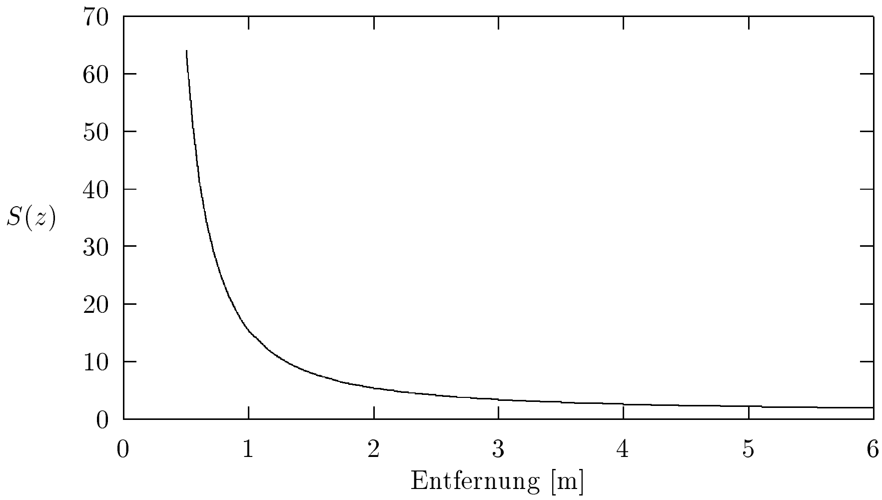


Abbildung 4: Sensitivität $S(z)$ der Meßanordnung in Abhängigkeit der Entfernung der magnetischen Störung

Abbildung 4 illustriert die Empfindlichkeit der Meßanordnung in Abhängigkeit der Tiefe z (in m) des Objektes. Die Empfindlichkeit $S(z)$ ist das Verhältnis der Auswirkung der magnetischen Anomalie des Objektes auf die beiden Sensoren und läßt sich aus der Distanzfunktion (Gleichung 8) ableiten. Den Abstand der beiden Sensoren bezeichnen wir mit d, er ist 1.5m.

$$S(z) = \frac{D(x,y,z)}{D(x,y,z+d)} = \frac{\frac{x^2(3\cos^2 I-1)+z^2(3\sin^2 I-1)-y^2-6xz\sin I\cos I}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{5}{2}}}}{\frac{x^2(3\cos^2 I-1)+(z+d)^2(3\sin^2 I-1)-y^2-6x(z+d)\sin I\cos I}{(x^2+y^2+(z+d)^2)^{\frac{5}{2}}}}$$

Wenn wir nun den Punkt direkt oberhalb des Dipols betrachten ($x=0, y=0$), die Brüche auflösen und vereinfachen erhalten wir

$$S(z) = \frac{z^5 + 5dz^4 + 11d^2z^3 + 11d^3z^2 + 5d^4z + d^5}{z^5 + 2dz^4 + d^2z^3}$$

Die gemessene Anomalie eines Objektes an der Erdoberfläche ($z_d = 0.5$m) wirkt sich 66 mal stärker auf den unteren Sensor als auf den oberen aus, während dieses Verhältnis für Objekte in ($z_d = 1.0$m) Tiefe 16.5 und für Objekte in ($z_d = 2.0$m) Tiefe 5.5 ist (Abbildung 4). Wenn man diese Verhältnisse in Beziehung setzt, stellt man fest, daß sich ein Objekt an der Erdoberfläche 4 mal stärker als ein Objekt in 1m Tiefe und 12 mal stärker als ein Objekt in 2m Tiefe auswirkt. Die Empfindlichkeit der Meßanordnung nimmt mit der dritten Potenz der Entfernung ab ($S(z) \approx (\frac{z}{z+d})^{-3}$).

3 Magnetische Grundlagen und Modell

3.1 Das Erdmagnetfeld

Das Erdmagnetfeld, dessen Existenz seit dem siebzehnten Jahrhundert bekannt ist, für dessen Entstehung es aber bis heute keine vollständige und allgemein anerkannte Theorie gibt, kann als Vektorfeld beschrieben werden. Man kann es sich als Dipolfeld eines Stabmagneten nahe dem Erdmittelpunkt vorstellen, dessen Länge klein im Verhältnis zum Erddurchmesser ist. Mit drei Parametern kann es vollständig beschrieben werden. Die drei dafür am häufigsten verwendeten Parameter sind die Totalintensität F, die Inklination I und die Deklination D.

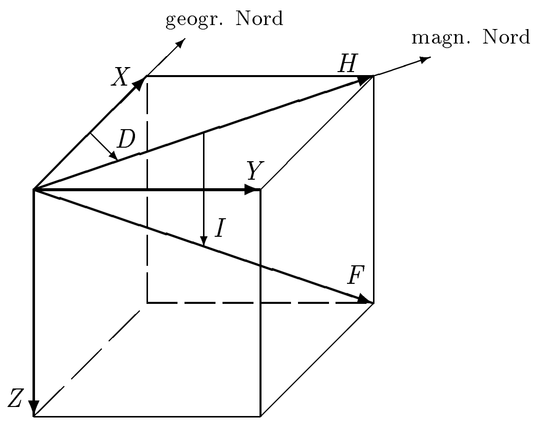


Abbildung 5: Elemente des Magnetischen Feldes

Es gelten folgende Definitionen (Abbildung 5):

F	Totalintensität des Erdmagnetfeldes (Betrag von $\mathbf{F}$)
I	Inclination, der Winkel in einer vertikalen Ebene zwischen der Richtung des Feldvektors und der Horizontalen
D	Declination, der Winkel in einer horizontalen Ebene zwischen der horizontalen Komponente des Feldvektors und dem geographischen Nordpol
H	die Horizontalkomponente des Feldes (in magnetischer Süd-Nord-Richtung)
Z	die Vertikalkomponente des Feldes
X	die Komponente des Feldes in geographischer Süd-Nord-Richtung
Y	die Komponente des Feldes in geographischer West-Ost-Richtung

und Beziehungen

$$F^2 = H^2 + Z^2 \qquad H = F\cos I \qquad Z = F\sin I \ .$$

Die Totalintensität des Erdmagnetfeldes beträgt in Österreich ca. 48.000 nT, die Inklination ca. 65^o und die Deklination bewegt sich zwischen $-0^o50'$ und $1^o20'$. Weil die Deklination sehr klein ist und weil die Abweichung des Erdmagnetfeldes vom geographischen Nordpol für die magnetische Prospektion unbedeutend ist, wird die Deklination vernachlässigt ($D = 0$)[2].

Das Erdmagnetfeld ist starken Schwankungen (Variationen) unterworfen. Sie werden von Sonnenflecken, von Sonneneruptionen, vom Sonnentagesstand, vom Mondtagesstand und von magnetischen Stürmen und Pulsationen im Erdinneren hervorgerufen. Die Variationen treten in Perioden von einigen Jahren (Sonnenfleckenzyklus) bis zu einigen Sekunden (Pulsationen) auf und betragen maximal einige 1.000 nT (magnet. Stürme). Sie können aber bis zu 100 mal größer als die archäologisch verursachten Magnetfeldänderungen sein, weil diese oft nur einige 10 nT betragen.

In unserer Meßanordnung werden diese Schwankungen automatisch eliminiert, weil das ungestörte Erdmagnetfeld F (mit den Schwankungen) aus den Meßdaten entfernt wird (Gleichung 1). Weil die Variationen maximal einige Prozent des ungestörten Erdmagnetfeldes ausmachen, können die magnetischen Anomalien ΔF auch nur um maximal einige Prozent verändert werden (Gleichung 2, unten). Wir vernachlässigen die Variationen daher zur Gänze und nehmen an, daß das Erdmagnetfeld an allen von uns berücksichtigten ober- und unterirdischen Orten gleich ist.

Für alle folgenden Gleichungen gilt:

$$\forall x, y, z \quad F(x,y,z) = F = konstant.$$

3.2 Magnetische Anomalien

Magnetische Anomalien sind lokale oder regionale Abweichungen vom normalen, ungestörten Erdmagnetfeld. Sie entstehen durch das Aufeinandertreffen von Materialien mit unterschiedlichen magnetischen Eigenschaften und werden auf zwei verschiedene Arten hevorgerufen. Durch remanenten Magnetismus (stark magnetische Materialien) oder durch magnetische Induktion (schwach magnetische Materialien).

Wir betrachten nur den induzierten Magnetismus. Diese Vereinfachung ist nötig, um ein brauchbares magnetisches Modell zu erhalten und gerechtfertigt, wenn der remanente Anteil klein gegenüber dem induzierten Anteil ist. Alle bedeutenden remanenten Anomalien werden somit als Störungen aufgefaßt.

Verschiedene Materialien haben verschiedene magnetische Eigenschaften, dh. sie reagieren unterschiedlich (stark) auf das Vorhandensein eines äußeren Magnetfeldes. Diese Eigenschaft wird durch die magnetische Suszeptibilität k ausgedrückt. Für schwache induzierende Magnetfelder, wie das Erdmagnetfeld, kann die Suszeptibilität konstant angenommen werden. Der Zusammenhang zwischen dem induzierten Magnetfeld M und dem induzierenden Magnetfeld F ist somit proportional. Für eine Volumseinheit gilt

$$M = k\,F \ . \tag{2}$$

Ist die Suszeptibilität negativ, wirkt das induzierte Magnetfeld genau entgegen dem induzierenden. Man spricht von Diamagnetismus. Materialien mit positiver Suszeptibilität hingegen verstärken das induzierende Magnetfeld, sie werden paramagnetisch genannt.

Die Suszeptibilität von Steinen liegt zwischen 10^{-6} und 10^{-5}, während Erdreich Suszeptibilitäten bis zu 10^{-3} erreichen kann. Das liegt vor allem daran, daß Erdreich Eisenoxide und Eisenhydroxide enthält, hauptsächlich in Form von Magnetit (Fe_3O_4), Hämatit (αFe_2O_3) und Maghämatit (γFe_2O_3) [5]. Weil Eisenoxide in humoser Erde häufiger vorkommen als in lehm- oder lößartiger Erde, ist die Suszeptibilität humoser Erde größer [4]. Die unterschiedlichen Suszeptibilitäten der verschiedenen Materialien in der Grubenverfüllung und in der unterirdischen Umgebung der Grube führen zu Anomalien im Erdmagnetfeld, z. B. eine humose Grube in lehmartiger Erde.

Eisenerze können Suszeptibilitäten größer 10^{-1} erreichen und eisenhältige Metalle noch größere. Dadurch ist leicht verständlich, daß Nägel, Schrauben oder größere, eisenerzhaltige Steine die archäologischen Anomalien leicht überdecken können, vor allem wenn sie an der Erdoberfläche liegen.

3.3 Der magnetische Dipol

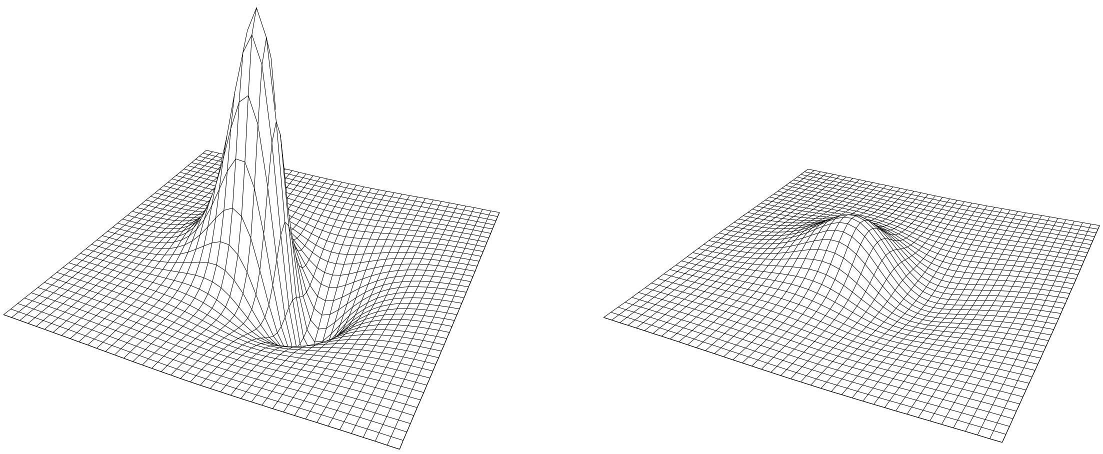
Das Magnetfeld magnetisierter Körper ist stets ein Dipolfeld. Die Intensität des Magnetfeldes eines Dipols ist umgekehrt proportional zur dritten Potenz der Entfernung. Weil wir nur induzierten Magnetismus betrachten, können wir davon ausgehen, daß die Orientierung der Anomalie gleich dem induzierenden Magnetfeld ist. Liegt ein kugelförmiges, magnetisches Material mit dem Volumen V und der magnetischen Suszeptibilität k in einem schwachen Magnetfeld (F, I), so können wir diese Kugel als Dipol betrachten und die induzierte Anomalie (ΔF) oberhalb dieses Dipols mit folgenden Gleichungen berechnen [2, 3],

$$\Delta H(x,y,z) = F\,k\,\frac{(2x^2 - y^2 - z^2)\cos I - 3xz\sin I}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{5}{2}}}\,V \tag{3}$$

$$\Delta Z(x,y,z) = F\,k\,\frac{(2z^2 - x^2 - y^2)\sin I - 3xz\cos I}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{5}{2}}}\,V \tag{4}$$

$$\Delta F(x,y,z) = \Delta H(x,y,z)\cos I \;+\; \Delta Z(x,y,z)\sin I \tag{5}$$

wobei x den horizontalen Abstand in magnetischer S-N Richtung, y den horizontalen Abstand in magnetischer O-W Richtung und z den vertikalen Abstand des Dipolmittelpunktes angibt. ΔH und ΔZ sind die Anomalien in horizontaler und vertikaler Richtung (siehe Abbildung 5).



(a) Entfernung 0.5m

(b) Entfernung 1m

Abbildung 6: Anomalien einer magnetischen Dipolkugel in verschiedenen Entfernungen

In Abbildung 6 sind die Anomalien zweier Dipolkugeln mit Suszeptibilitätskontrast zur homogenen Umgebung so dargestellt, wie sie sie unsere Meßanordnung erfassen würde. Die Dipolkugeln sind 0.5m (links) bzw. 1m (rechts) vom unteren Sensor entfernt. Ihr Volumen ist $0.125m^3$, die magnetischen

Parameter sind $k_d = 10^{-3}$, $I = 65^o$, $F = 48.000$nT. Die dargestellte Anomalie erstreckt sich über einen Bereich von 10x10m, die Linien haben 0.25m Abstand, der Dipol befindet sich genau in der Mitte des dargestellten Bereichs. Die Süd-Nord Richtung ist von links nach rechts, 20^o nach unten.

3.4 Das magnetische Modell

Die archäologischen Strukturen, die wir rekonstruieren wollen, sind verfüllte Gräben und Gruben. Das sind z.B. Bestattungsgräber, Gräben von Kreisgrabenanlagen, Begrenzungsgräben um Siedlungen und Palisadengruben. Es sind von Menschen erzeugte Eintiefungen in den Erdboden, die entweder von Menschenhand oder im Laufe der Jahre durch Erosion wieder gefüllt wurden [5]. Dadurch gelangte humose Erde in tiefere, humusfreie Erdschichten.

In unserem Modell gehen wir davon aus, daß sowohl der Erduntergrund als auch die darüberliegende Humusschicht magnetisch homogen sind. Der Erduntergrund hat die konstante Suszeptibilität k_u, die Humusschicht die konstante Suszeptibilität k_h. Die Suszeptibilität der Humusschicht ist größer als die des Untergrunds ($k_h > k_u$). Diese Werte werden durch Bodenproben an der Fundstätte bestimmt. Auf die Humusschicht folgt die Erduntergrundschicht, es gibt nur einen Übergang von der Humusschicht zur Erduntergrundschicht. Die Humusschicht dringt verschieden tief in den Erduntergrund ein und bildet somit die verfüllten Gräben. Durch Bestimmen der Tiefe der Humusschicht an genügend vielen Stellen, kann die Form der Gruben und Gräben rekonstruiert werden.

Zur magnetischen Modellierung des Erduntergrunds verwenden wir kugelförmige Dipole (Voxel) mit konstantem Volumen V, die in einer dreidimensionalen Gitterstruktur zusammnengesetzt werden [7]. Die Vorteile dieser Modellierungsmethode liegen darin, daß sich mit Voxeln alle denkbaren Störkörperformen mit beliebiger Genauigkeit darstellen lassen und daß die Berechnung der Anomalien durch Summierung der Magnetfelder der Voxel erfolgen kann. Ein weiterer Vorteil ist, daß der Störkörper nicht magnetisch homogen sein muß, man kann für jedes Volumselement eine andere Suszeptibilität annehmen. Der Nachteil liegt darin, daß der Rechenaufwand mit der dritten Potenz der gewünschten Genauigkeit steigt.

Wir wollen uns also die Gräben durch Dipole gleicher Größe ($V = \frac{1}{8}m^3$) und Masse modelliert denken, deren Masse im Mittelpunkt der Kugel repräsentiert ist (Abbildung 7). Weil diese Dipolkugel einen Würfel mit 0.5m Seitenlänge repräsentiert, hat eine Dipolkugel an der Erdoberfläche eine Tiefe von 0.25m (Mittelpunkt des Würfels).

Unter Verwendung von Gleichung 3-5 und den Suffixen s für die Sensoren und d für die Dipole berechnet sich die magnetische Anomalie eines Modellgrabens (A_M) für unsere Meßanordnung an der Stelle x_s, y_s nach folgenden Gleichungen.

$$A_M(x_s, y_s) = \sum_{x_d} \sum_{y_d} \sum_{z_d} \Delta F(x_s, y_s, 0.5, x_d, y_d, z_d) - \Delta F(x_s, y_s, 2.0, x_d, y_d, z_d) \quad (6)$$

$$\Delta F(x_s, y_s, z_s, x_d, y_d, z_d) = F\ k(x_d, y_d, z_d)\ D(x_s - x_d, y_s - y_d, z_s - z_d)\ V \quad (7)$$

$$D(x, y, z) = \frac{x^2(3\cos^2 I - 1) + z^2(3\sin^2 I - 1) - y^2 - 6xz \sin I \cos I}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \quad (8)$$

Die Funktion ΔF aus Gleichung 5 wird in Gleichung 6 um drei Parameter erweitert, weil für die Summierung die Unterscheidung in Sensor- und Dipolkoordinaten notwendig ist. Die Vertikalkomponente z wird nach oben positiv gezählt und auf die Erdoberfläche bezogen. Die Suszeptibilität an der Stelle x_d, y_d, z_d, $k(x_d, y_d, z_d)$, ist entweder k_h oder k_u. $D(x, y, z)$ bezeichnen wir als Distanzfunktion der Dipolanomalie.

Da ein homogener Erduntergrund eine konstante Anomalie hervorruft, kann man sich den gesamten Erduntergrund ungestört, mit einer Suszeptibilität k_u vorstellen, und die magnetische Anomalie dieses homogenen Erduntergrundes A_U getrennt berechnen.

$$A_U = \sum_{x_d} \sum_{y_d} \sum_{z_d} F\ k_u\ V\ \big(D(x_d, y_d, 0.5 - z_d) - D(x_d, y_d, 2.0 - z_d)\big) \quad (9)$$

Weiters nehmen wir eine konstante Humusschicht (von 0.5m) an der Erdoberfläche an, die wiederum eine konstante Anomalie A_H erzeugen würde. (Anstelle von k_h wird k_d verwendet, weil für A_U bereits Dipole mit der Suszeptibilität k_u berücksichtigt wurden.)

$$A_H = \sum_{x_d} \sum_{y_d} F\ k_d\ V\ \big(D(x_d, y_d, 0.5 + 0.25) - D(x_d, y_d, 2.0 + 0.25)\big) \tag{10}$$

Dadurch bleiben nur mehr die Störungen durch die verfüllten Gräben ab 0.5m Tiefe in einer unmagnetischen Umgebung übrig. Man muß dann anstatt der Suszeptibilität k_h den Suszeptibilitätskontrast $k_d = k_h - k_u$ für die Berechnung der Anomalie der Gräben verwenden. Durch diese Vereinfachung wird der zu summierende Raum auf die Gräben und somit auf weniger als 10% reduziert.

$A_M(x_s, y_s)$ läßt sich unter Verwendung der Gleichungen 6,7,9 und 10 (mit t als Tiefe der Humusschicht an der Stelle x_s, y_s) zusammenfassen zu

$$\begin{aligned} A_M(x_s, y_s) \quad = \quad & A_U \ + \ A_H \ + \\ & \sum_{x_d} \sum_{y_d} \sum_{z_d=-0.75}^{t(x_s,y_s)} F k_d V \big(D(x_s - x_d, y_s - y_d, 0.5 - z_d) - D(x_s - x_d, y_s - y_d, 2.0 - z_d)\big). \end{aligned}$$

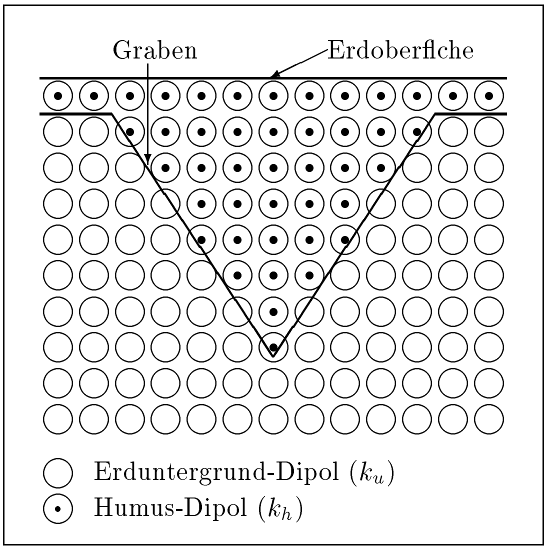


Abbildung 7: Modellgraben im Querschnitt

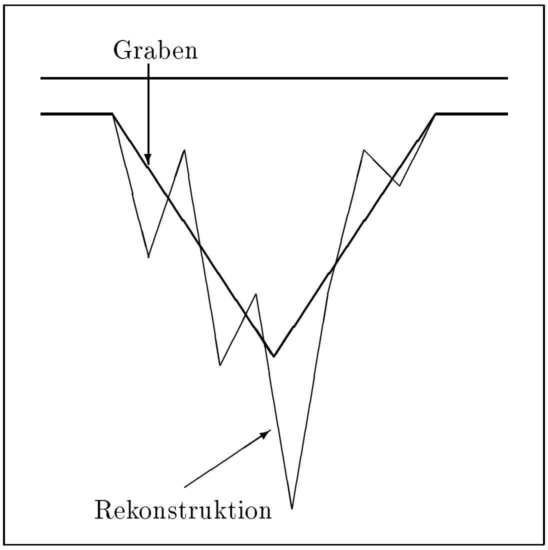


Abbildung 8: Querschnitt eines uneingeschränkt rekonstruierten Grabens

4 Rekonstruktion

Unsere Aufgabe ist, archäologisch plausible Gräben zu finden, deren magnetische Anomalien unseren Meßdaten möglichst genau entsprechen. Wir haben ein Modell, wie diese Anomalien entstehen, und wissen die magnetischen Parameter (F, I, k_h, k_u). Die zu bestimmenden Parameter sind die Tiefen der Humusschicht an den Meßpunkten $t(x_s, y_s)$.

Das Kleinste-Fehlerquadrat-Kriterium ist wegen seiner mathemathischen Einfachheit das am häufigsten verwendete Minimierungskriterum zur Bildrestauration und zum Anpassen von Modellparametern zu gegebenen Meßdaten. Obwohl der Nachteil dieses Kriteriums in der mangelnden Robustheit liegt [8], verwenden wir es zur Rekonstruktion der Gräben. Die Robustheit des Verfahrens wird in Abschnitt 6 behandelt.

Die Aufgabestellung der Rekonstruktion nach dem Kleinste-Fehlerquadrat-Verfahren ist das Minimieren der quadratische Abweichungen zwischen den Meßdaten und den Modellanomalien. Der zu minimierende Term nach dem Kleinste-Fehlerquadrat-Verfahren E_D ist gegeben durch

$$E_D = \sum_{x_s} \sum_{y_s} \big(A_D(x_s, y_s) - A_M(x_s, y_s)\big)^2 \quad .$$

Tests mit simulierten Daten haben gezeigt, daß sehr unregelmäßige, archäologisch unwahrscheinliche Gräben entstehen können, wenn die Gräben bei der Rekonstruktion beliebige Gestalt annehmen können (Abbildung 8). Der Grund für dieses Ergebnis liegt darin, daß der Einfluß von sehr tiefen Teilen von Gräben verschwindend klein wird (Abbildung 4). Daher müssen aus den Eigenschaften der Gräben abgeleitete Einschränkungen gefunden werden, die geeignet sind, archäologisch plausible Gräben zu erzeugen. Diese Einschränkungen werden im Regularisierungsterm E_R zusammenfaßt und zum Minimierungsterm E_D addiert. Der neue Minimierungsterm E_G lautet

$$E_G \;=\; E_D + E_R \quad . \tag{11}$$

4.1 Eigenschaften der Modellgräben

Hier werden einige Eigenschaften der Gräben angeführt und untersucht, wie weit sie geeignet sind archäologisch plausible Gräben zu erzeugen und wie sie mathematisch formuliert werden können, um den Restaurierungsalgorithmus zu ergänzen.

Kompaktheit des Grabens: Je kompakter und kleiner das Volumen des Störkörpers, desto wahrscheinlicher kann er als archäologischer Störkörper angenommen werden [1]. Das minimale Volumen ist jedoch durch den Suszeptibilitätskontrast k_d beschränkt, d.h. mit gemessenem k_d und gemessener Anomalie kann der Störköper nicht kleiner als ein bestimmtes Volumen sein. Eine Möglichkeit zur Modellierung ist durch Minimieren des Volumens des Grabens mit t als Tiefe der Humusschicht an der Stelle x, y gegeben.

$$E_V = \sum_x \sum_y t(x, y)$$

Steilheit des Grabens: Diese Eigenschaft ist gut anwendbar für Gräben mit dreieckigem Querschnitt, denn hier ist die Steilheit des Grabens beschränkt. Eine Grabgrube hat jedoch senkrechte Wände, deren Steilheit somit unendlich ist. Wenn diese Eigenschaft verwendet werden soll, muß eine Unterscheidung dieser beiden Fälle gemacht werden. Modelliert kann das durch die zweiten Differenzen der Tiefe des Grabens zu seinen Nachbarwerten (Vierernachbarschaft oder Achternachbarschaft) werden. Weil tiefere Teile des Grabens unbestimmter sind, scheint eine stärkere Glättung tieferer Stellen (vergrößern von α mit steigernder Tiefe t) sinnvoll.

$$\begin{aligned} E_S \;=\; & \sum_x \sum_y \alpha(t(x,y)) \;\; \Big(\big(t(x-1,y) - 2t(x,y) + t(x+1,y)\big)^2 \\ & \qquad + \big(t(x,y-1) - 2t(x,y) + t(x,y+1)\big)^2 \Big) \end{aligned}$$

Zusammenhang des Grabens: Kleinere Unterbrechungen des Grabens (von nur einem Pixel) sind sehr unwahrscheinlich, treten aber bei uneingeschränkt rekonstruierten Gräben auf. Das kann vorkommen, weil zu tiefe Stellen ein Eintiefen des Modellgrabens an danebenliegenden Stellen verhindern. Diese Eigenschaft wird durch E_S bereits berücksichtigt, kann aber auch einzeln modelliert werden.

$$
\begin{aligned}
E_Z &= \sum_x \sum_y nst(x,y) \qquad \text{mit} \\
nst(x,y) &= \begin{cases} 1 \quad \text{für} \quad t(x,y) = 0 \;\;\&\;\; t(x-1,y) > 0 \;\;\&\;\; t(x+1,y) > 0 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad \&\;\; t(x,y-1) > 0 \;\;\&\;\; t(x,y+1) > 0 \\ 0 \quad \text{sonst} \end{cases}
\end{aligned}
$$

Ob alle Regularisierungsterme verwendet werden und in welcher Art sie kombiniert werden, ist noch durch gezielte Experimente zu bestimmen.

$$E_R = E_V \odot E_S \odot E_Z$$

Die Minimierung der Gleichung 11 soll mit numerischen Lösungsverfahren erfolgen. Der gesuchte Parameter ist die Tiefe $t(x,y)$ der Humusschicht.

5 Simulated Annealing

Simulated Annealing (**SA**) [6] ist ein erfolgreiches Verfahren zur Lösung kombinatorischer Optimierungsaufgaben mit großem Lösungsraum. Die Idee für **SA** stammt aus der Physik und ist dem Ziehen von Kristallen nachempfunden. Ein erhitzter Kristall wird durch sehr langsames Abkühlen auf eine niedriges Energieniveau und somit in einen geordneten Zustand gebracht. Ein zu schnelles Verringern der Temperatur würde den Kristall in größerer Unordnung verweilen lassen. Dieses langsame Abkühlen wird im **SA** Algorithmus durch eine sich verringernde Variable, die Temperatur T, simuliert, die wesentlichen Einfluß auf die Veränderungsmöglichkeiten der aktuellen Lösung hat.

Ein **SA** Algorithmus hat folgende generelle Struktur, mit j_0 als Ausgangszustand und T_0 als Ausgangstemperatur:

```
SA(j0, T0) {
   n = 0; k = 0; X0 = j0;
   while  (äußeres Schleifenkriterium ist nicht erfüllt, n = n + 1) {
      while  (inneres Schleifenkriterium ist nicht erfüllt, k = k + 1) {
         j = generate(Xk)
         if(accept(j, Xk, Tn))
            Xk+1 = j;
         else
            Xk+1 = Xk;
      }
      Tn+1 = update(Tn)
   }
}
```

In der äußeren Schleife wird T durch die Funktion **update** verringert, in der inneren Schleife wird eine vom Problem abhängige Anzahl (*inneres Schleifenkriterium*) von neuen Lösungen erzeugt (**generate**), und abhängig von dessen Bewertung und der aktuellen Temperatur T akzeptiert oder verworfen (**accept**). Der Algorithmus terminiert, wenn in der inneren Schleife keine neue Lösung akzeptiert wird (*äußeres Schleifenkriterium*).

Das *äußere Schleifenkriterium*, das *innere Schleifenkriterium*, und die Änderung der Temperatur T werden als Annäherungsplan (annealing schedule) bezeichnet.

Die Startlösung (j_0) wird durch Schwellwertbildung oder durch Finden lokaler Maxima erzeugt. Im ersten Fall nehmen wir an jeder Stelle, an der der Meßwert größer einem bestimmten Wert ist, eine 1m tiefe Grube an. Im anderen Fall nehmen wir an, daß jedes lokale Maximum in den Meßwerten von einer Grube stammen kann, und setzen an diesen Stellen auch eine 1m tiefe Grube. Dadurch wird für alle Gräben und Gruben an wenigstens einer Stelle des Grabens oder der Grube eine 1m tiefe Grube gesetzt. Es entsteht eine relativ gute erste Lösung, jedenfalls eine viel bessere als eine rein zufällige. Diese Gruben können nun horizontal und vertikal wachsen und schrumpfen (**generate**).

Die **generate**() Funktion erzeugt eine neue Lösung durch Variieren der zuletzt akzeptierten. In unserer Anwendung wird die Tiefe an jeder Stelle eines Grabens oder einer Grube mit einer gaußverteilten Zufallszahl, dessen Erwartungswert 0 und dessen Varianz mit abnehmender Temperatur verkleinert wird, geändert. Die Funktion **generate**() ist also auch von T abhängig (**generate**(X_k, T_n)). Und es besteht die Möglichkeit, daß sich der Graben mit bestimmter Wahrscheinlichkeit in horizontaler Richtung erweitert bzw. verkleinert.

Die **accept**() Funktion stellt fest, ob der neue Zustand angenommen oder verworfen wird. Sie hat folgende Struktur:

accept(i, j, T) {
  if(**random**() $<$ **f**($\mathbf{E_G}(i), \mathbf{E_G}(j), T$)
    return $TRUE$;
  else
    return $FALSE$;
}

Die Funktion **random**() liefert eine gleichverteilte (Pseudo-) Zufallszahl im Bereich [0,1], die Funktion **f**() bildet in Abhängigkeit von T die Differenz der Bewertung ($\mathbf{E_G}()$) der beiden Zustände i und j auf den Bereich [0,1] ab. Ist die Bewertung für die neue Lösung i kleiner als die der alten, so liefert **f**() 1 zurück, ist sie größer, so liefert sie einen Wert kleiner 1. Die Funktion **f**() lautet

$$\mathbf{f}(\mathbf{E_G}(i), \mathbf{E_G}(j), T) \ = \ min[1, e^{\frac{E_G(i)-E_G(j)}{T}}] \ .$$

Durch temporäres Akzeptieren einer schlechteren Lösung ist die Möglichkeit, ein lokales Minimum zu verlassen, gegeben. Die Wahrscheinlichkeit des Akzeptierens einer schlechteren Lösung nimmt mit kleinerer Temperatur T ab.

Da die Bedingungen, die die Konvergenz zur optimalen Lösung garantieren, einen zu zeitaufwendigen und damit nicht praktisch einsetzbaren Algorithmus erfordern würden [6], muß ein Kompromiß zwischen Zeitaufwand und Qualität der Lösung gefunden werden. Die Geschwindigkeit der Konvergenz ist zudem von vielen problemspezifischen Parametern abhängig und das Bestimmen dieser Parameter ist ebenso mit zeitaufwendigen Experimenten verbunden. Es gilt die Parameter so zu bestimmen, daß sie für eine Klasse von Problemen eingesetzt werden können.

Weil die Anomalien der einzelnen Dipole nur lokale Auswirkungen haben (z.B.: bei Dipolkugeln mit $0.125m^3$ Volumen im Umkreis von 5m (10 Pixel)) und um die Konvergenz des **SA** Algorithmus zu beschleunigen, wird der **SA** Algorithmus nicht auf das gesamte Bild angewendet, sondern das Bild wird in gleichgroße Teilbilder zerlegt, und der **SA** Algorithmus wird auf diese einzelnen Teilbilder parallel angewendet. Der Bewertungsbereich der Bewertungsfunktion $\mathbf{E_G}()$ kann gleich diesen Teilbilder sein oder er kann über diesen Bereich hinausgehen, also überlappend sein.

Die Größe der Teilbilder und des Überlapps sind durch Experimente zu bestimmen, robustes Verhalten und schnelle Konvergenz sind die beiden bestimmenden Faktoren. Je kleiner ein Teilbild, desto schneller konvergiert der **SA** Algorithmus, aber desto empfindlicher wird er gegenüber lokalen Auswüchsen. Erste Tests zeigen, daß Teilbilder der Größe 5x5-12x12 Pixel in Frage kommen, wobei der Überlapp bei 5x5 Pixel Teilbilder mit 2-5 Pixel größer als der bei 12x12 Pixel (mit 0-3 Pixel) Teilbilder ist.

6 Robustheit

Weil die Meßdaten sehr stark verrauscht sind, verwenden wir das Wissen über den Meßvorgang, die Meßgeräte und die zu erwartenden Anomalien, um für jeden Meßwert ein Maß ($w(x, y)$) für dessen

"Richtigkeit"zu errechnen. Mit diesem Maß, einer Zahl im Bereich [0,1], werden die Differenzen in der Summe zur Errechnung der Bewertung gewichtet. Ist der Meßwert mit Sicherheit falsch, so wird dieser Meßpunkt mit 0 bewertet und er hat keinen Einfluß auf die Bewertungsfunktion. Der Optimierungsterm 4 wird erweitert zu:

$$E_D = \sum_{x_s} \sum_{y_s} w(x_s, y_s) \left(A_D(x_s, y_s) - A_M(x_s, y_s) \right)^2 \tag{12}$$

Zur Bestimmung des Gewichtes $w(x, y)$ sind zu berücksichtigen:

- der Maximalwert einer Anomalie, die durch einen Graben verursacht werden kann; dieser ist durch den Suszeptibilitätskontrast (k_d) und die Mindestentfernung von 0.5m begrenzt;
- aus den gleichen Gründen ist die Steilheit der Anomalie eines Grabens begrenzt;
- die Form der Anomalie muß von Süden nach Norden ausgerichtet sein; wenn nicht, dann handelt es sich um eine, durch remanenten Magnetismus hervorgerufene, Anomalie und wird deshalb als Störung betrachtet;

Wenn diese Gewichtung keine erfolgreiche Rekonstruktion ermöglicht, könnte man zur Berechnung von E_D einen Teil (z.B.: 10%) der größten Abweichungen zwischen $A_D(x,y)$ und $A_M(x,y)$ nicht berücksichtigen.

7 Ziele der Diplomarbeit

Diese Vorstudien sollen zeigen, daß eine Rekonstruktion der Form und Tiefe von verfüllten Gräben aus magnetischen Prospektionsdaten mit einem einfachen Modell möglich ist, wenngleich die erzielbare Genauigkeit, durch die sehr stark und vielseitig gestörten Daten und durch die noch nicht abschätzbaren Auswirkungen der zahlreichen Vereinfachungen bei der Modellbildung, gering sein kann.

Die Ziele der Diplomarbeit sind:

- Bestimmen geeigneter Glättungs- und Regularisierungsterme um archäologisch plausible Gräben zu erzeugen (Kapitel 4.1).
- Festlegen, welche Regularisierungsterme verwendet und wie sie verknüpft werden (Kapitel 4.1).
- Bestimmen der Funktionen **generate**, **accept** und **update** sowie der Parameter T und *inneres Schleifenkriterium* um eine optimale Konvergenz des **SA** Algorithmus zu ermöglichen (Kapitel 5).
- Finden geeigneter Algorithmen oder Filter zur Berechnung der Gewichte $w(x, y)$ für eine robuste Rekonstruktion (Gleichung 12).
- Charakterisieren der Störungen in den gemessenen Datensätzen.
- Tests mit simulieten Datensätzen, mit und ohne Störungen, mit den genauen und mit leicht geänderten magnetischen Parametern (k_h, k_u, I, F) durchführen, um die Grenzen der verkraftbaren Störungen zu finden.

Im Rahmen der Diplomarbeit werden nur simulierte Datensätze mit simulierten Störungen verwendet. Als Ergebnis dieser Studien soll ein brauchbarer Rekonstruktionsalgorithmus entstehen, der robust gegen Störungen ist, und dessen Grenzen der Anwendbarkeit und der Genauigkeit der Lösungen bekannt sind. An echten Meßdaten soll dieser Rekonstruktionsalgorithmus im Rahmen des FWF-Projektes 'Aufbau eines Magnetischen Prospektionssystems in der Archäologie' angewendet werden.

8 Zusammenfassung

Es wurde das Erfassen der Meßdaten, sowie über die in Zusammenarbeit mit dem Institut für Ur- und Frühgeschichte an der Universität Wien und der Projektgruppe ARCHEO PROSPECTIONS durchgeführten Forschungen zum Vorverarbeiten und Visualisieren von magnetischen Prospektionsdaten für archäologische Anwendungen berichtet. Danach wurde ein magnetisches Modell zum Modellieren von verfüllten Gräben und die daraus resultierende Bildrekonstruktionsaufgabe vorgestellt. Die Lösung dieser Aufgabe erfolgt nach dem Kleinste-Fehlerquadrat-Kriterium mit Erweiterung um einen Regularisierungsterm und wird numerisch mit Simulated Annealing berechnet. Um ein robustes Verfahren zu erhalten, wird der Kleinste-Fehlerquadrat Minimierungsterm mit Gewichten multipliziert, die durch Verwendung allen Wissens über die Entstehung der Meßdaten errechnet werden.

Literatur

[1] S. Breiner. *Applications manual for portable magnetometers.* Sunnyvale, Carlifornia: GeoMetrics, 1973.

[2] R. E. Linnington. A summary of simple theory applicable to magnetic prospection in archaeology. *Prospezioni archeologiche*, 7:9–27, 1972.

[3] H. Militzer and F. Weber, editors. *Angewandte Geophysik.* Berlin: Akademie Verlag; Wien; New York: Springer, 1984.

[4] C. E. Mullins. The magnetic properties of the soil and their application to the archaeological prospection. *Archeo Physika*, 5:134–348, 1974.

[5] W. Neubauer. Geophysikalische Prospektion in der Archäologie. *Mitteilungen der Antroposophischen Gesellschaft in Wien*, 120:1–60, 1990.

[6] F. Romeo and A. Santigiovanni-Vincentelli. A theoretical framework for simulated annealing. *Algorithmica*, 6:302–345, 1991.

[7] I. Scollar. A program for the simulation of magnetic anomalies of archeological origin in a computer. *Prospezioni archeologiche*, 4:59–83, 1969.

[8] A. Tarantola. *Inverse Problem Theory.* Elsevier, Amsterdam Oxfort New York Tokyo, 1987.

[9] G. Trnka. *Studien zu mittelneolithischen Kreisgrabenanlagen.* Verlag der Österreichischen Akademie der Wissenschaft, 1991.